令和６年度大学院入学試験事前課題
(前期募集)

教育実践高度化専攻
教科教育・教科複合実践研究コース
（自然科学領域　数学分野）

注 意 事 項

1　$\boxed{1}$ または $\boxed{2}$ のいずれか一つを選択して解答すること。

2　問題用紙と解答用紙は別である。解答は，解答用紙に記入すること。なお，$\boxed{2}$ については解答用紙のおもて面ではスペースが足りない場合には，裏面に記入しても差し支えない。

3　各解答用紙には受験番号を所定の欄に必ず記入すること。

4　解答用紙は６枚である。$\boxed{1}$ を選択した者は１枚目～3 枚目の解答用紙に，$\boxed{2}$ を選択した者は４枚目～６枚目の解答用紙に解答すること。なお，解答用紙６枚は，綴じたままにすること。

5　解答用紙のみ返送すること。なお，問題用紙は回収しない。口述試験において解答内容についても質問をするため，解答用紙をコピーし手元に控えておくこと。

$\boxed{1}$ 現行の学習指導要領（小学校と中学校は平成 29 年告示，高等学校は平成 30 年告示）においては，育成が目指される資質・能力として「学びに向かう力」もあげられている．これに関わり以下の問に答えよ．（ただし，字数は (1), (2)，(3) 合わせて 1200 字程度とする.）

(1) ここでの「学びに向かう力」として具体的にどのようなことが目指されているかを簡単に説明せよ.

(2) これまで算数・数学を学んできた自身の経験の中で,「学びに向かう力」が発揮されたと考えられる場面，あるいは十分発揮できなかった場面を一つ選び記述せよ．また，その場面を選んだ理由を (1) での説明にそって論述せよ.

(3) (2) の説明をふまえて,「学びに向かう力」が育成されるような算数・数学の学習が子どもたちに可能となるためには，教師としてどのような支援が必要かについて論述せよ.

$\boxed{2}$ 次の問に答えよ．

(1) a, b を正の実数とする．正の実数 x に対して定義された微分可能な関数 $f(x)$ は $f(1) = f'(1) = a$ を満たすとする．$g(x)$ は微分可能な関数で，$g(x) = f'(x)$, $g'(x) = \dfrac{b}{x}$ を満たすとする．関数 $f(x)$ を a, b を用いて表せ．

(2) (1) の関数 $f(x)$ の最小値を求め，そのグラフの概形を図示せよ．

(3) 不等式 $\dfrac{1}{n+1} < \log\left(1 + \dfrac{1}{n}\right) < \dfrac{1}{n},\ n = 1, 2, \ldots$ を証明せよ．

(4) 第 n 項が $H_n = \dfrac{n}{n-1}\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\dfrac{1}{k},\ n = 2, 3, \ldots$ で表される数列 $\{H_n\}$ について，

(i) $H_n < H_{n+1},\ n = 2, 3, \ldots$ を満たすことを証明せよ．

(ii) $1000 < H_n$ を満たす整数 $n \geq 2$ が存在することを証明せよ．

(5) 第 n 項が $\gamma_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k} - \log n,\ n = 2, 3, \ldots$ で表される数列 $\{\gamma_n\}$ はある実数に収束することが知られている（この事実は使って良い）．

(i) $\alpha_n = H_n - \log n,\ n = 2, 3, \ldots$ とおくとき，$\alpha_n > \alpha_{n+1}$ を満たすことを証明せよ．ただし，H_n は (4) の数列の第 n 項である．

(ii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\alpha_n = \lim_{n\to\infty}\gamma_n$ であることを証明せよ．